# Kétszemélyes játékok

Kétszemélyes, teljes információjú, zérus összegű, véges játékokkal foglalkozunk.

**Kétszemélyes**: Két játékos, A és B, felváltva lépnek, egyszer A lép egyszer B. Van olyan, hogy egyik kimarad, akkor ő nem lép. Fontos, hogy felváltva lépnek.

**Teljes információjú:** Azt jelenti, hogy amit én látok azt látja az ellenfél is, amit én tudok, azt tudja az ellenfél is. Pl.: a sakk ilyen. Póker nem, mert nem tudjuk, mi van az ellenfél kezében. Red alert nem teljes információjú.

**Zérus összegű:** A két játékos egymástól nyer pl. pénzt, azaz amennyit én nyerek a másik annyit vesztít, másképpen nincs bank. Pl.: a black jack nem zérus összegű, mert van bank.

**Véges**: Véges sok lépésben vége van, vagy az egyik játékos nyer, vagy a másik játékos nyer. a döntetlen nem megengedett. Az elmélet alapvetően nem engedi meg a döntetlent.

**Neuman tétele:** Minden kétszemélyes, zérusösszegű, teljes információjú, véges játéknak van nyerő stratégiája, és csak az egyiknek van nyerő stratégiája.

**Játékfa**: A játékfa egy sima fa, annyi kiegészítéssel, hogy minden szintet megcímkézek. Vagy *A* címkéje van vagy *B* címkéje van, attól függ, hogy ki lép.

6.ábra: játékfa

A játékfa sima fa csak az egyes szintekhez címkét rendelek.

**Játékszabály**: Leírja, hogy milyen táblán játszunk, milyen bábbúkkal, mi a kezdő játékállás, ki kezd, milyen lépéseik vannak a játékosoknak. Ez egy állapottér reprezentáció. A kezdőjáték állás a kezdőállapot. Lehetséges játék állások az állapotok, lehetséges lépések az operátorok.

Egyetlen különbség, hogy lehet olyan, amit csak az A tud lépni, lehet olyan, amit a B tud lépni. Plusz felváltva kell lépni.

**Játékfából és-vagy fa készítése:** Játékfából kétfajta és-vagy gráfot tudunk készíteni, az *A* szemszögéből illetve a *B* szemszögéből. *A* szemszögéből az *A* lépései **vagy** lépések, a *B* lépései **és** lépések. *B* szemszögéből fordítva van, a *B* lépései a **vagy** lépések, *A* lépései az **és** lépések.

7.ábra

Tehát az ellenfél lépéseit és-él kötegként ábrázoljuk, hiszen az ellenfél minden lehetséges lépésére felkell készülnünk.

Ugyan ezt a fát alakítsuk át *B* szemszögéből is

8.ábra

**Stratégia**: Az *A* játékos stratégiája, az egy hiperút, az *A* játékos szemszögéből készült és-vagy fában. Az *A* játékos stratégiája minden játékállásban megmondja, hogy mit lépjen az *A* játékos.

*B* játékosnak is van startégiája.

**Nyerő stratégia**: Olyan stratégia, amit követve a játékos biztosan nyer.

Fejbe 21 helyett nézünk meg a fejbe 5 játék játékfáját.

9.ábra

(Ismétlés)

**Hiperút**: és-vagy gráfnak olyan összefüggő része, ahol minden csúcsból maximum 1 és-él köteg indul.

A hiperút egy stratégia, megmondja, hogy a kezdő állásba lépjek az 1-re, ha 1 után ellenfél 2-re lép akkor az 5-re lépjek, ha 3-ra lép is 5-re lépjek, ha 4-re lép is 5-re lépjek.

**A stratégia nem más, mint egy hiperút, ráadásul, ha ez a hiperút olyan elvélelembe visz, hogy én nyerjek akkor az egy nyerő stratégia!**

Pl.: fejbe 21 nyerő stratégia: Kezdetben 1, aztán bármit mond, az ellenfél azt mondom 5, utána azt mondom 9, stb. a végén én tudom mondai a 21-et.

.

**Neuman tétele:** Minden kétszemélyes, zérus összegű, teljes információjú véges játéknak van nyerő startégiája és csak az egyiknek van.

Bizonyítás(konstruktív): (konstruktív azt jelenti, hogy úgy bizonyítom be, hogy elmondom, hogy kell megcsinálni)

1. lépés: Elkészítem a játéknak a játékfáját, ez lehetséges, mert a játék végesés teljes információjú! Teljes információjú azért kell , hogy tudjam, mikor mit léphet a B ha ez nincs meg nem tudnám legenerálni a fát.

2. lépés: A játékfából elkészítem az *A* játékos szemszögéből az és-vagy fát.

3. lépés: Minden levélelemhez vagy az igaz, vagy a hamis címkét rendelem. Igaz címkét rendelek a levélhez ha ott az *A* játékos nyer, hamis címkét rendelek, ha a B játékos nyer.

4. lépés: Címke módszer segítségével felfelé terjesztem a címkéket egészen a gyökér csúcsig, azaz és-él kötegen **BELÜL ÉS** műveletet hajtok végre, és-él kötegek **KÖZÖTT VAGY** műveletet hajtok végre

5. lépés: Így mivel a címke módszer egyértelmű, a gyökér vagy igaz, vagy hamis címkét kap.

6. lépés: Ha a gyökér igaz címkét kapott, akkor az *A* játékosnak van nyerő stratégiája. Az *A* játékos nyerőstratégiája az a hiperút, amelyből az igaz érték érkezett. Ha a gyökér hamis címkét kapott, akkor elkell készíteni a B szemszögéből az és-vagy fát, ebben a fában a gyökér címkéje nyilván 1 lesz, igaz mert ezt a B szemszögéből csináltuk, és az a hiperút lesz a B játékos nyerő startégiája amelyből az igaz érkezett.

**Minimax módszer:** A játékfa túl nagy, ezért van rá szükség. Az az alapötlet hogy a játékfát csak egy bizonyos mélységbe generálom le, előre tekintek 5-6 mélységbe. Angolul look-ahead. Mivel így a levél elemek nem nyertes, hanem közbenső állások lesznek, ezért ezekhez számértéket kell rendelni, még hozzá azt a számot, hogy az *A* játékos szemszögéből milyen a játékállás. Minél nagyobb a szám az *A* játékosnak annál jobb, minél kisebb annál rosszabb. Általában 0 és 20 között szoktunk osztályozni. Ha 0 akkor az A játékos tuti veszít.

Sakknál legértékesebb a királynő, legyen értéke 8, bástya legyen 5, többi tiszt 4, parasztok 4-et. Így már a játék álláshoz tudok rendelni egy számot. Ezt a számot heurisztikának hívjuk. A heurisztika jellemzi a játékállást az A játékos szempontjából. A minimax módszer a címke módszeregyik változata, a címkék helyett számok vannak. Ugyan úgy minta címke módszerben, felfele terjesztjük a számokat a gyökér irányába a következő módon. Ahol *A* játékos lép, ott az *A* játékos a neki legjobb lepést választja, azaz maximumot választ. Ahol a B játékos lép ott a B-nek legjobbat választja.

HANGJEGYZET 2:51:00 befejezni.

A minimax egyik változata a negamax módszer. Tök ugyan az, mint a minimax módszer csak a heurisztika 0-ra szimmetrikus. 0 jelentése döntetlen, +20 A-nak jó állás, -20 = B-nek jó állás.

A jegyzet 9. fejezetében le van programozva a minimax módszer.

**Alfa, béta vágás:** Arra jó, hogy azokat az ágakat ne generáljam le, amik úgy is feleslegesek, míg a minimax módszer esetén a levélelemekhez rendeltük a heurisztikát, majd azt felfelé terjesztettük, itt a fa generálása közben minden csúcshoz heurisztikát rendelek. Azokat a csúcsokat nem folyatom, ahonnan biztosan kisebb szám fog jönni, mint amit az A játékos választ és azokat a csúcsokat sem folytatom, amikből biztosan nagyobb szám jön, mint amit a B játékos választ.